OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
30 IANUARIE 2015
CLASA a VII-a

Subiectul 1.

a. Aduceţi numărul raţional $\frac{2+4+6+...+2k}{1+3+5+...+(2k-1)}$ la forma ireductibilă.

b. Arătaţi că $\sqrt{\frac{2}{1}\cdot\frac{2+4}{1+3}\cdot\frac{2+4+6}{1+3+5}\cdot...\cdot\frac{2+4+6+...+2016}{1+3+5+...+2015}}$ este număr iraţional.

Subiectul 2. Numerele a şi b sunt raţionale pozitive şi $a<b$.

a. Să se demonstreze că $\frac{1}{b}<\frac{1}{\sqrt{ab}}<\frac{1}{a}$.

b. Să se arate că $\frac{2}{3}<\left(\sqrt{6}\right)^{-1}+\left(\sqrt{15}\right)^{-1}+\left(\sqrt{35}\right)^{-1}<\frac{16}{15}$.

Subiectul 3. Fie un paralelogram $ABCD$ şi punctele: $Q\in\left(AB\setminus\left[AB\right]\right.$ astfel încât $\frac{BQ}{AQ}=\frac{2}{3}$, $M\in\left(DA\setminus\left[AD\right]\right.$ astfel încât $\frac{AM}{AD}=1$, iar $\{P\}=DB\cap MQ$.

a. Arătaţi că $APQD$ este trapez.

b. Dacă aria triunghiului MDQ este 24 cm^2 , aflaţi aria paralelogramului $ABCD$.

Subiectul 4. Se îndoaie o foaie de hârtie. Prin două puncte, A şi B, ale muchiei de pliere se fac, cu foarfeca, două tăieturi drepte AC şi BC. Se scoate bucata de hârtie cu contur triunghiul ABC. Desfăcând foaia de hârtie apare un spaţiu liber, delimitat de un poligon. Determinaţi condiţii asupra triunghiului ABC astfel încât poligonul să fie:

a. triunghi
b. romb
c. pătrat
d. dreptunghi care nu este pătrat
e. trapez

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 3 ore